

प्रश्नावली 4.1

1. जाँच कीजिए कि क्या निम्नलिखित द्विघात समीकरण हैं या नहीं:

(i) $(x + 1)^2 = 2(x - 3)$

हल: $(x + 1)^2 = 2(x - 3)$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 2x - 6$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 - 2x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 7 = 0$$

यह समीकरण, $x^2 + bx + c = 0$ के रूप में है।

∴ यह एक द्विघात समीकरण है।

(ii) $x^2 - 2x = (-2)(3 - x)$

हल: $x^2 - 2x = (-2)(3 - x)$

$$\Rightarrow x^2 - 2x = -6 + 2x$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 6 - 2x = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 6 = 0$$

यह समीकरण, $x^2 + bx + c = 0$ के रूप में है।

∴ यह एक द्विघात समीकरण है।

(iii) $(x - 2)(x + 1) = (x - 1)(x + 3)$

हल: $(x - 2)(x + 1) = (x - 1)(x + 3)$

$$\Rightarrow x^2 + x - 2x - 2 = x^2 + 3x - x - 3$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 = x^2 + 2x - 3$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 - x^2 - 2x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow -3x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 3x - 1 = 0$$

यह समीकरण, $x^2 + bx + c = 0$ के रूप में नहीं है।

∴ यह द्विघात समीकरण नहीं है।

(iv) $(x - 3)(2x + 1) = x(x + 5)$

हल: $(x - 3)(2x + 1) = x(x + 5)$

$$\Rightarrow 2x^2 + x - 6x - 3 = x^2 + 5x$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 5x - 3 - x^2 - 5x = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x - 3 = 0$$

यह समीकरण, $x^2 + bx + c = 0$ के रूप में है।

∴ यह एक द्विघात समीकरण है।

$$(v) (2x - 1)(x - 3) = (x + 5)(x - 1)$$

$$\text{हल: } (2x - 1)(x - 3) = (x + 5)(x - 1)$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 6x - x + 3 = x^2 - x + 5x - 5$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 7x + 3 = x^2 + 4x - 5$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 7x + 3 - x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 11x + 8 = 0$$

यह समीकरण, $x^2 + bx + c = 0$ के रूप में है।

$\therefore$ यह एक द्विघात समीकरण है।

$$(vi) x^2 + 3x + 1 = (x - 2)^2$$

$$\text{हल: } x^2 + 3x + 1 = (x - 2)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + 1 = x^2 - 4x + 4$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x + 1 - x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 7x - 3 = 0$$

यह समीकरण, $x^2 + bx + c = 0$ के रूप में नहीं है।

$\therefore$ यह द्विघात समीकरण नहीं है।

$$(vii) (x + 2)^3 = 2x(x^2 - 1)$$

$$\text{हल: } (x + 2)^3 = 2x(x^2 - 1)$$

$$\Rightarrow x^3 + 2^3 + 3 \cdot x \cdot 2(x + 2) = 2x^3 - 2x$$

$$\Rightarrow x^3 + 8 + 6x^2 + 12x - 2x^3 + 2x = 0$$

$$\Rightarrow -x^3 + 6x^2 + 14x + 8 = 0$$

$$\Rightarrow x^3 - 6x^2 - 14x - 8 = 0$$

यह समीकरण, $x^2 + bx + c = 0$ के रूप में नहीं है।

$\therefore$ यह द्विघात समीकरण नहीं है।

$$(viii) x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x - 2)^3$$

$$\text{हल: } x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x - 2)^3$$

$$\Rightarrow x^3 - 4x^2 - x + 1 = x^3 - 2^3 - 3 \cdot x \cdot 2(x - 2)$$

$$\Rightarrow x^3 - 4x^2 - x + 1 = x^3 - 8 - 6x^2 + 12x$$

$$\Rightarrow x^3 - 4x^2 - x + 1 - x^3 + 8 + 6x^2 - 12x = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 13x + 9 = 0$$

यह समीकरण, $x^2 + bx + c = 0$ के रूप में है।

$\therefore$ यह एक द्विघात समीकरण है।

2. निम्नलिखित स्थितियों को द्विघात समीकरणों के रूप में निरूपित कीजिए:

(i) एक आयताकार भूखंड का क्षेत्रफल 528 वर्ग मीटर है। प्लॉट की लंबाई (मीटर में) उसकी चौड़ाई के दोगुने से एक अधिक है। हमें भूखंड की लंबाई और चौड़ाई ज्ञात करने की आवश्यकता है।

हल: माना आयताकार भूखंड की चौड़ाई = x m

∴ प्लॉट की लंबाई = $(2x + 1)$ मी.

आयताकार भूखंड का क्षेत्रफल = 528 मी²

⇒ लम्बाई $\times$ चौड़ाई = 528 मी²

⇒ $(2x + 1) \times x = 528$

⇒ $2x^2 + x - 528 = 0$

∴ $2x^2 + x - 528 = 0$

अतः दी गई स्थिति को द्विघात समीकरण $2x^2 + x - 528 = 0$, के रूप में निरूपित किया गया है।

(ii) दो क्रमागत धनात्मक पूर्णाकों का गुणनफल 306 है। हमें पूर्णांक ज्ञात करने की आवश्यकता है।

हल: मान लें कि लगातार दो धनात्मक पूर्णांक x और $x + 1$ हैं।

A. t. q. $x \times (x + 1) = 306$

⇒ $x^2 + x = 306$

⇒ $x^2 + x - 306 = 0$

∴ $x^2 + x - 306 = 0$

अतः दी गई स्थिति को द्विघात समीकरण $x^2 + x - 306 = 0$, के रूप में निरूपित किया गया है।

(iii) रोहन की माँ उससे 26 वर्ष बड़ी है। अब से 3 वर्ष बाद उनकी आयु (वर्षों में) का गुणनफल 360 होगा। हम रोहन की वर्तमान आयु ज्ञात करना चाहेंगे।

हल: माना रोहन की आयु = x वर्ष

∴ उसकी माता की आयु = $x + 26$ वर्ष

3 साल बाद, रोहन की आयु = $x + 3$ वर्ष

और उसकी माता की आयु = $(x + 26 + 3)$ वर्ष

= $(x + 29)$ वर्ष

A. t. q. 3 वर्ष बाद उनकी आयु का गुणनफल = 360

$$\Rightarrow (x + 3)(x + 29) = 360$$

$$\Rightarrow x^2 + 29x + 3x + 87 - 360 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 32x - 273 = 0$$

$$\therefore x^2 + 32x - 273 = 0$$

अतः दी गई स्थिति को द्विघात समीकरण $x^2 + 32x - 272 = 0$, के रूप में निरूपित किया गया है।

(iv) एक ट्रेन एक समान गति से 480 किमी की दूरी तय करती है। यदि गति 8 किमी/घंटा कम होती, तो उसे समान दूरी तय करने में 3 घंटे अधिक लगते। हमें ट्रेन की गति का पता लगाने की आवश्यकता है।

हल: माना ट्रेन की गति = x किमी/घंटा

480 किमी चलने में लगा समय = $\frac{480}{x}$ किमी/घंटा

ट्रेन की नई गति = $(x - 8)$ किमी/घंटा

$\therefore$ 480 किमी चलने में लगा समय = $\frac{480}{x-8}$ किमी/घंटा

$$\text{A. t. q.} \Rightarrow \frac{480}{x} + 3 = \frac{480}{x-8}$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{480}{x-8} - \frac{480}{x}$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{480x - 480(x-8)}{x(x-8)}$$

$$\Rightarrow 3x(x-8) = 480x - 480x + 3840$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 24x - 3840 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x - 1280 = 0$$

$$\therefore x^2 - 8x - 1280 = 0$$

अतः दी गई स्थिति को द्विघात समीकरण $x^2 - 8x - 1280 = 0$, के रूप में निरूपित किया गया है।

प्रश्नावली 4.2

1. निम्नलिखित द्विघात समीकरणों के मूल गुणनखंड द्वारा ज्ञात कीजिए:

(i) $x^2 - 3x - 10 = 0$

हल: $x^2 - 3x - 10 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 5x + 2x - 10 = 0$

$\Rightarrow x(x - 5) + 2(x - 5) = 0$

$\Rightarrow (x - 5)(x + 2) = 0$

$\Rightarrow (x - 5) = 0$ या $(x + 2) = 0$

$\Rightarrow x = 5$ या $x = -2$

$\therefore$ द्विघात समीकरण के मूल हैं $x = 5, -2$ Ans.

(ii) $2x^2 + x - 6 = 0$

हल: $2x^2 + x - 6 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 + 4x - 3x - 6 = 0$

$\Rightarrow 2x(x + 2) - 3(x + 2) = 0$

$\Rightarrow (x + 2)(2x - 3) = 0$

$\Rightarrow x + 2 = 0$ या $2x - 3 = 0$

$\Rightarrow x = -2$ या $x = \frac{3}{2}$

$\therefore$ द्विघात समीकरण के मूल हैं $x = -2, \frac{3}{2}$ Ans.

(iii) $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$

हल: $\sqrt{2}x^2 + 7x + 5\sqrt{2} = 0$

$\Rightarrow \sqrt{2}x^2 + 5x + 2x + 5\sqrt{2} = 0$

$\Rightarrow x(\sqrt{2}x + 5) + \sqrt{2}(\sqrt{2}x + 5) = 0$

$\Rightarrow (\sqrt{2}x + 5)(x + \sqrt{2}) = 0$

$\Rightarrow \sqrt{2}x + 5 = 0$ या $x + \sqrt{2} = 0$

$\Rightarrow x = \frac{-5}{\sqrt{2}}$ या $x = -\sqrt{2}$

$\therefore$ द्विघात समीकरण के मूल हैं $x = \frac{-5}{\sqrt{2}}, -\sqrt{2}$ Ans.

(iv) $2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$

हल: $2x^2 - x + \frac{1}{8} = 0$

$$\Rightarrow 16x^2 - 8x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 16x^2 - 4x - 4x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 4x(4x - 1) - 1(4x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow (4x - 1)(4x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow (4x - 1) = 0 \text{ या } (4x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{4} \text{ या } x = \frac{1}{4}$$

$\therefore$ द्विघात समीकरण के मूल हैं $x = \frac{1}{4}, \frac{1}{4}$ Ans.

$$(v) 100x^2 - 20x + 1 = 0$$

$$\text{हल: } 100x^2 - 20x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 100x^2 - 10x - 10x + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 10x(10x - 1) - 1(10x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow (10x - 1)(10x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow (10x - 1) = 0 \text{ या } (10x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{10} \text{ या } x = \frac{1}{10}$$

$\therefore$ द्विघात समीकरण के मूल हैं $x = \frac{1}{10}, \frac{1}{10}$ Ans.

2. उदाहरण 1 में दी गई समस्याओं को हल कीजिए।

(i) जॉन और जीवन्ती के पास कुल मिलाकर 45 कंचे हैं। दोनों ने 5-5 कंचे खो दिए, और अब उनके पास जितने कंचे हैं उनका गुणनफल 124 है। हम यह पता लगाना चाहेंगे कि उन्हें कितने कंचे से शुरू करना था।

हल: माना जॉन के पास कंचों की संख्या = x

इसलिए जीवन्ती के पास कंचों की संख्या = $45 - x$

प्रत्येक 5 मार्बल खोने के बाद,

जॉन के कंचों की संख्या = $x - 5$

जीवन्ती के कंचों की संख्या = $45 - x - 5$
 $= 40 - x$

A. t. q. अब उनके कंचों का गुणनफल 124 है।

$$\therefore (x - 5)(40 - x) = 124$$

$$\Rightarrow 40x - x^2 - 200 + 5x - 124 = 0$$

$$\Rightarrow -x^2 + 45x - 324 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 45x + 324 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 36x - 9x + 324 = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 36) - 9(x - 36) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 36)(x - 9) = 0$$

$$\Rightarrow x - 36 = 0 \text{ या } x - 9 = 0$$

$$\Rightarrow x = 36 \text{ या } x = 9$$

इसलिए, यदि, जॉन के कंचे = 36,

तो जीवन्ती के कंचे = $45 - 36 = 9$

या, यदि जॉन के कंचे = 9,

तो जीवन्ती के कंचे = $45 - 9 = 36$ Ans.

(ii) एक कुटीर उद्योग एक दिन में कुछ खिलौने निर्मित करता है। प्रत्येक खिलौने का मूल्य (रु में) 55 में से एक दिन में निर्माण किए गए खिलौने की संख्या को घटाने से प्राप्त संख्या के बराबर है। किसी एक दिन, कुल निर्माण लागत रु 750 थी। हम उस दिन निर्माण किए गए खिलौनों की संख्या ज्ञात करना चाहते हैं।

हल: माना एक दिन में बनाए गए खिलौनों की संख्या = x

इसलिए, उस दिन प्रत्येक खिलौने की उत्पादन लागत = रुपये $(55 - x)$

A. t. q. खिलौनों के उत्पादन की कुल लागत = 750 रुपये

$$\Rightarrow x(55 - x) = 750$$

$$\Rightarrow 55x - x^2 - 750 = 0$$

$$\Rightarrow -x^2 + 55x - 750 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 55x + 750 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 25x - 30x + 750 = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 25) - 30(x - 25) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 25)(x - 30) = 0$$

$$\Rightarrow x - 25 = 0 \text{ या } x - 30 = 0$$

$$\Rightarrow x = 25 \text{ या } x = 30$$

∴ एक दिन में उत्पादित खिलौनों की संख्या या तो 25 या 30 होगी। Ans.

3. दो संख्याएँ ज्ञात कीजिए जिनका योग 27 है और गुणनफल 182 है।

हल: माना पहली संख्या = x

∴ दूसरी संख्या = $27 - x$

A. t. q. दो संख्याओं का गुणनफल = 182

$$\begin{aligned}\Rightarrow x(27 - x) &= 182 \\ \Rightarrow x^2 - 27x - 182 &= 0 \\ \Rightarrow x^2 - 13x - 14x + 182 &= 0 \\ \Rightarrow x(x - 13) - 14(x - 13) &= 0 \\ \Rightarrow (x - 13)(x - 14) &= 0 \\ \Rightarrow x - 13 = 0 \text{ या } x - 14 &= 0 \\ \Rightarrow x = 13 \text{ या } x = 14\end{aligned}$$

इसलिए, यदि पहली संख्या = 13, तो दूसरी संख्या = $27 - 13 = 14$
या, यदि पहली संख्या = 14, तो दूसरी संख्या = $27 - 14 = 13$
∴ संख्याएं 13 और 14 हैं। Ans.

4. दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांक ज्ञात कीजिए, जिनके वर्गों का योग 365 है।

हल: मान लें कि लगातार दो धनात्मक पूर्णांक x और $x + 1$ हैं।

A. t. q. संख्याओं के वर्गों का योग = 365

$$\begin{aligned}\Rightarrow x^2 + (x + 1)^2 &= 365 \\ \Rightarrow x^2 + x^2 + 1 + 2x - 365 &= 0 \\ \Rightarrow 2x^2 + 2x - 364 &= 0 \\ \Rightarrow x^2 + x - 182 &= 0 \\ \Rightarrow x^2 + 14x - 13x - 182 &= 0 \\ \Rightarrow x(x + 14) - 13(x + 14) &= 0 \\ \Rightarrow (x + 14)(x - 13) &= 0 \\ \Rightarrow x + 14 = 0 \text{ या } x - 13 &= 0, \\ \Rightarrow x = -14 \text{ या } x = 13\end{aligned}$$

∴ $x = 13$ [∵ x एक धनात्मक पूर्णांक है]

∴ दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांक 13 और $13 + 1 = 14$ हैं। Ans.

5. एक समकोण त्रिभुज की ऊँचाई उसके आधार से 7 सेमी कम है। यदि कर्ण 13 सेमी हो, तो अन्य दो भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

हल: माना समकोण त्रिभुज का आधार = x सेमी.

∴ समकोण त्रिभुज की ऊँचाई = $(x - 7)$ सेमी

समकोण त्रिभुज में, हम जानते हैं

आधार² + ऊँचाई² = कर्ण² [पाइथागोरस प्रमेय द्वारा]

$$\Rightarrow x^2 + (x - 7)^2 = 13^2$$

$$\Rightarrow x^2 + x^2 - 14x + 49 = 169$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 14x + 49 - 169 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 14x - 120 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 7x - 60 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 12x + 5x - 60 = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 12) + 5(x - 12) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 12)(x + 5) = 0$$

$$\Rightarrow x - 12 = 0 \text{ या } x + 5 = 0,$$

$$\Rightarrow x = 12 \text{ या } x = -5$$

$$\therefore x = 12 \text{ [} \because \text{ पक्ष ऋणात्मक नहीं हो सकते]}$$

$$\therefore \text{आधार} = 12 \text{ सेमी और ऊँचाई} = 12 - 7 \text{ सेमी} = 5 \text{ सेमी। Ans.}$$

6. एक कुटीर उद्योग एक दिन में निश्चित संख्या में मिट्टी के बर्तनों का उत्पादन करता है। एक विशेष दिन यह देखा गया कि प्रत्येक नग के उत्पादन की लागत (रुपये में) उस दिन उत्पादित वस्तुओं की संख्या के दोगुने से 3 अधिक था। यदि उस दिन उत्पादन की कुल लागत 90 रुपये थी, तो निर्मित वस्तुओं की संख्या और प्रत्येक नग की लागत ज्ञात कीजिए।

हल: माना निर्मित वस्तुओं की संख्या = x

$\therefore$ प्रत्येक वस्तु की उत्पादन लागत = रुपये $(2x + 3)$

A. t. q. उत्पादन की कुल लागत = रु. 90

$$\therefore x(2x + 3) = 90$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 3x - 90 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 15x - 12x - 90 = 0$$

$$\Rightarrow x(2x + 15) - 6(2x + 15) = 0$$

$$\Rightarrow (2x + 15)(x - 6) = 0$$

$$\Rightarrow 2x + 15 = 0 \text{ या } x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-15}{2} \text{ या } x = 6$$

$\therefore x = 6$ [$\because$ उत्पादित वस्तुओं की संख्या केवल एक धनात्मक पूर्णांक हो सकती है]

$\therefore$ निर्मित वस्तुओं की संख्या = 6

प्रत्येक वस्तु का मूल्य = $2 \times 6 + 3 = 15$ रु. Ans.

प्रश्नावली 4.3

1. निम्नलिखित द्विघात समीकरणों के मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए। यदि वास्तविक मूल हैं, तो उन्हें खोजो;

(i) $2x^2 - 3x + 5 = 0$

हल: $2x^2 - 3x + 5 = 0$

दिए गए समीकरण की $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर,

$a = 2, b = -3$ और $c = 5$

$$\begin{aligned}\therefore \text{विविक्तकर} &= b^2 - 4ac \\ &= (-3)^2 - 4(2)(5) \\ &= 9 - 40 \\ &= -31 < 0\end{aligned}$$

$\therefore$ समीकरण के वास्तविक मूल नहीं हैं। Ans.

(ii) $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$

हल: $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$

दिए गए समीकरण की $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर,

$a = 3, b = -4\sqrt{3}$ और $c = 4$

$$\begin{aligned}\therefore \text{विविक्तकर} &= b^2 - 4ac \\ &= (-4\sqrt{3})^2 - 4(3)(4) \\ &= 48 - 48 \\ &= 0\end{aligned}$$

मूल वास्तविक और समान हैं।

$$\begin{aligned}\therefore x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(-4\sqrt{3}) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 3} \\ &= \frac{-4\sqrt{3} \pm 0}{6} \\ &= \frac{-4\sqrt{3} + 0}{6} \text{ या } \frac{-4\sqrt{3} - 0}{6} \\ &= \frac{-2\sqrt{3}}{3} \text{ या } \frac{-2\sqrt{3}}{3}\end{aligned}$$

इसलिए, मूल $x = \frac{-2\sqrt{3}}{3}, \frac{-2\sqrt{3}}{3}$ Ans.

$$(iii) 2x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$\text{हल: } 2x^2 - 6x + 3 = 0$$

दिए गए समीकरण की $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर,

$$a = 2, b = -6, c = 3$$

$$\therefore \text{विविक्तकर} = b^2 - 4ac$$

$$= (-6)^2 - 4(2)(3)$$

$$= 36 - 24$$

$$= 12 > 0$$

$\therefore$ मूल वास्तविक और भिन्न हैं।

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-6) \pm \sqrt{12}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{2(3 \pm \sqrt{3})}{4}$$

$$= \frac{3 + \sqrt{3}}{2}, \frac{3 - \sqrt{3}}{2}$$

$\therefore$ दिए गए समीकरण के मूल $x = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}, \frac{3 - \sqrt{3}}{2}$ हैं Ans.

2. निम्नलिखित द्विघात समीकरणों में से प्रत्येक के लिए k का मान ज्ञात कीजिए, ताकि उनके दो बराबर मूल हों।

$$(i) 2x^2 + kx + 3 = 0$$

$$\text{हल: } 2x^2 + kx + 3 = 0$$

दिए गए समीकरण की $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर,

$$a = 2, b = k \text{ और } c = 3$$

चूंकि मूल वास्तविक और समान हैं

$$\Rightarrow \text{विविक्तकर} = 0$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac = 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 0$$

$$\Rightarrow k^2 = 24$$

$$\Rightarrow k = \pm\sqrt{24}$$

$$\therefore k = \pm 2\sqrt{6} \text{ Ans.}$$

(ii) $kx(x - 2) + 6 = 0$

हल: $kx(x - 2) + 6 = 0$

या $kx^2 - 2kx + 6 = 0$

दिए गए समीकरण की $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर,

$a = k, b = -2k$ और $c = 6$

चूंकि मूल वास्तविक और समान हैं

$\Rightarrow$ विविक्तकर $= 0$

$\Rightarrow b^2 - 4ac = 0$

$\Rightarrow (-2k)^2 - 4(k)(6) = 0$

$\Rightarrow 4k^2 - 24k = 0$

$\Rightarrow 4k(k - 6) = 0$

$\Rightarrow 4k = 0$ या $k = 6 = 0$

$\Rightarrow k = 0$ या $k = 6$

$\therefore k = 6$ [$\because k \neq 0$]

$\therefore k$ का मान 6 है। Ans.

3. क्या एक आयताकार आम का बाग बनाना संभव है जिसकी लंबाई उसकी चौड़ाई से दोगुनी हो और क्षेत्रफल 800 वर्ग मीटर हो? यदि है, तो उसकी लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

हल: माना आम के बाग की चौड़ाई $= x$ मी

$\therefore$ आम के बाग की लम्बाई $= 2x$ मी

आम के बाग का क्षेत्रफल $= 800$ वर्ग मी²

$\Rightarrow$ लम्बाई $\times$ चौड़ाई $= 800$ मी²

$\Rightarrow 2x \times x = 800$

$\Rightarrow 2x^2 = 800$

$\Rightarrow x^2 = 400$

$\Rightarrow x^2 - 400 = 0$

दिए गए समीकरण की $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर, हमें प्राप्त होता है

$a = 1, b = 0, c = 400$

$\therefore$ विविक्तकर $= b^2 - 4ac$

$= (0)^2 - 4 \times (1) \times (-400)$

$= 1600 > 0$

$\therefore$ मूल वास्तविक और भिन्न होती हैं।

$$\begin{aligned}\therefore X &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-0 \pm \sqrt{1600}}{2 \cdot 1} \\ &= \frac{-0 \pm 40}{2} \\ &= 20, -20\end{aligned}$$

$\therefore x = 20$ [$\therefore$ लंबाई कभी भी ऋणात्मक नहीं होती]

$\therefore$ आम के बाग की चौड़ाई = 20 मी

तथा आम के बाग की लम्बाई = $2 \times 20 = 40$ मीटर Ans.

4. क्या निम्न स्थिति संभव है? यदि हाँ, तो उनकी वर्तमान आयु ज्ञात कीजिए। दो मित्रों की आयु का योग 20 वर्ष है। चार वर्ष पहले, वर्षों में उनकी आयु का गुणनफल 48 था।

हल: माना एक मित्र की आयु = x वर्ष

$\therefore$ दूसरे मित्र की आयु = $(20 - x)$ वर्ष।

चार वर्ष पहले, पहले मित्र की आयु = $(x - 4)$ वर्ष

तथा दूसरे मित्र की आयु = $(20 - x - 4) = (16 - x)$ वर्ष

A. उनकी आयु का गुणनफल = 48 वर्ष

$$\Rightarrow (x - 4)(16 - x) = 48$$

$$\Rightarrow 16x - x^2 - 64 + 4x = 48$$

$$\Rightarrow -x^2 + 20x - 64 - 48 = 0$$

$$\Rightarrow -x^2 + 20x - 112 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 20x + 112 = 0$$

दिए गए समीकरण की $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर, हमें प्राप्त होता है

$$a = 1, b = -20 \text{ और } c = 112$$

$$\therefore \text{विविक्तकर} = b^2 - 4ac$$

$$= (-20)^2 - 4 \times 112$$

$$= 400 - 448$$

$$= -48 < 0$$

$\therefore$ समीकरण के वास्तविक मूल नहीं हैं।

इसलिए यह स्थिति संभव नहीं है।

5. क्या परिमाण 800 m तथा क्षेत्रफल 400 m² के एक पार्क को बनाना संभव है ? यदि है , तो उसकी लम्बाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

हल: माना पार्क की लम्बाई = x मी

आयताकार पार्क का परिमाप = 80

$$\Rightarrow 2 (\text{लंबाई} + \text{चौड़ाई}) = 80$$

$$\Rightarrow x + \text{चौड़ाई} = \frac{80}{2}$$

$$\Rightarrow \text{चौड़ाई} = 40 - x$$

आयताकार पार्क का क्षेत्रफल 400 वर्ग मी²

$$\Rightarrow \text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई} = 400 \text{ मी}^2$$

$$\Rightarrow x \times (40 - x) = 400$$

$$\Rightarrow 40x - x^2 - 400 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 40x + 400 = 0$$

दिए गए समीकरण की $ax^2 + bx + c = 0$ से तुलना करने पर, हमें प्राप्त होता है

$$a = 1, b = -40, c = 400$$

$$\therefore \text{विविक्तकर} = b^2 - 4ac$$

$$= (-40)^2 - 4 \times (1) \times (400)$$

$$= 1600 - 1600$$

$$= 0$$

$\therefore$ समीकरण के वास्तविक और समान मूल हैं।

इसलिए स्थिति संभव है।

$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-40) \pm \sqrt{0}}{2 \cdot 1}$$

$$= \frac{40 \pm 0}{2}$$

$$= 20, 20$$

$\therefore$ आयताकार पार्क की लम्बाई = 20 मी

और पार्क की चौड़ाई, = $40 - 20 = 20 \text{ m}$ Ans.